Cas som diskussionsredskab

Niels Jacob Hansen

I artiklen "Cas som omstruktureringsredskab i matematikken" (se fx MONA 3 2016) beskriver og diskuterer Keith Nabb fem forskellige måder at anvende cas på i matematikundervisningen. De bliver ofte illustreret med modellen, der er vist i figuren herunder.



I denne artikel vil jeg se nærmere på en mulighed som cas-værktøjet MatematiKan (Mathematica) tilbyder for at bruge et cas-værktøj som diskussionsredskab. De samme funktionaliteter kan også tilgås via WordMat eller på Wolfram Alpha, men for at få den fulde funktionalitet de to steder, skal der betales for den fulde version, som der er betalt for ved køb af licens til MatematiKan.

Addition af brøker

Det første eksempel, som jeg vil trække frem, handler om addition af brøker med forskellige nævnere. I MatematiKan indtastes fx 1/2 + 4/7, som beregnes til 15/14, hvilket ikke kan diskuteres, men ved at starte med først at indtaste et lighedstegn, som bliver vist i et orange felt med fed hvid skrift, bliver der åbnet for muligheden for diskussion.

In[1]:=	٨	1/2+4/7)
		1/2 + 4/7	7
0.00	15		
Out[1]=	14		

Hvis man er online og klikker på det lille plus i den grå ramme øverst til højre, åbner der sig en boks med mulighed for diskussion og analyse af, hvordan resultatet er fremkommet og mulighed for at se forskellige repræsentationer af resultatet.

Step-by-step solution

Herover er vist den øverste del af de muligheder, som man bliver præsenteret for. Det skal dog lige bemærkes, at al tekst er på engelsk, men da de matematiske symboler er kendt, bør det ikke volde elever i 5. eller 6. klasse problemer.

I boksen med det eksakte resultat er der øverst til højre mulighed for at få vist, hvordan resultatet er beregnet ved at klikke på "Step by step solution".

Herunder er vist en del af den forklaring på en mulig vej til det eksakte resultat. Ved at bruge denne mulighed sammen med eleverne, kan de få mulighed for at analysere og diskutere en metode og eventuelt sammenligne den med deres egen metode.



Længere nede i samme boks finder man forskellige repræsentationer for resultatet.

I dette tilfælde er resultatet angivet med 79 decimaler, hvilket giver fin mulighed for at se på, at decimaltallet er periodisk med perioden 714285.

Decir	mal approximation:	More digits
	N[1/2 + 4/7, 79]	
	1.07142857142857142857	14285714285714285
	5714285714285714	

Desuden tilbyder værktøjet også andre repræsentationer af resultatet. Herunder er vist en repræsentation på en tallinje og som et lagkagediagram.



Resultatet bliver desuden vist som kædebrøk og ægyptisk brøk, hvilket kan være en udfordring til de dygtigste elever i en klasse.

To ligninger med to ubekendte

Det andet eksempel, som jeg vil trække frem her, drejer sig om løsning af to ligninger med to ubekendte.

I eksemplet vil jeg se på de to ligninger, der er vist indtastet i MatematiKan.



Læg mærke til den særlige syntaks med kommandoen **Solve**, og at der bruges to lighedstegn efter hinanden, når der indtastes en ligning. For nogle elever kan syntaksen i et casværktøj være en udfordring, som man bør ofre opmærksomhed.

Når ligningssystemet er indtastet med korrekt syntaks, kan man igen undersøge, hvordan det er løst ved at klikke på det lille + i øverste højre hjørne.

Solve[{2	2 * x + 3 * y == 4,	x - 2*	$y == 9$, {x, y}
	2x + 3y = 4	for	
solve	x - 2y = 9		<i>x</i> , <i>y</i>
n A			Step-by-step soluti
Reduce [{	[2 * x + 3 * y == 4	, x - 2	*y == 9}, x]

Først bliver der gjort opmærksom på, hvordan input er blevet fortolket og dernæst bliver der givet en løsning. Ved at klikke på Step-by-step solution bliver vist en mulig løsningsmetode.



Her får man så mulighed for at vælge og få vist forskellige måder at løse problemet på. I eksemplet er det substitution. Det er dog ikke alle metoder, der er lige relevante i en 9. klasse.

Ved at se på forslaget til, hvordan

ligningssystemet kan løses, kan eleverne også her analysere og diskutere i forhold til deres egen metode.

Udover de algebraiske metoder bliver der også vist en grafisk løsningsmetode.



Subtraktion

Det sidste eksempel er ret banalt, men viser alligevel fint de muligheder, som værktøjet tilbyder.



Out[21]= 5

Resultatet er selvfølgelig 5, men ved at klikke på det lille plus får man vist forskellige repræsentationer på løsningen af opgaven.

I dette tilfælde kan man vælge om man vil se en løsning med en mængderepræsentation, hvor der bruges konkrete materialer, eller en tallinjerepræsentation.



Implementering i undervisningen

Et godt spørgsmål vil så være, hvordan kan disse muligheder implementeres i undervisningen? For at komme i gang med at bruge cas-værktøjet på denne måde, så kan man dele en kopi af et eksempel med fx ligningsløsning med eleverne. Det kan gøres ved et print eller ved en fil. Eleverne skal så parvis eller i mindre grupper analysere og diskutere den metode, der bliver vist til at løse ligningen. Efterfølgende bør der være en fælles opsamling, hvor klassen i fællesskab ser på metoderne.

Når eleverne har vænnet sig til arbejdsformen, vil det være naturligt, at de selv bruger casværktøjet og analyserer og diskuterer de metoder, der bliver vist.

Herunder er link til fire pdf-filer, hvor der bliver vist, hvordan MatematiKan (Mathematica) giver eksempler på metoder til løsning af to ligninger med to ubekendte, løsning af en ligning med en ubekendt, brøkregning og subtraktion.

Brøker: <u>kortlink.dk/2a399</u> To ligninger ...: <u>kortlink.dk/2a39c</u> En ligning: <u>kortlink.dk/2a39a</u> Subtraktion: kortlink.dk/2a39b