

Bestemmelse af tilnærmet værdi for kvadratroden af et tal

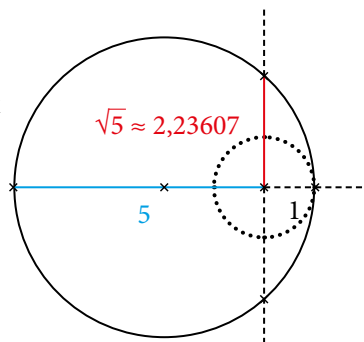
Kvadratroden af et tal defineres som det ikke-negative tal, der ganget med sig selv giver tallet. Det er nemt at indse, at den præcise værdi af $\sqrt{4}$ må være lig med 2, fordi $2 \cdot 2 = 4$.

Den præcise værdi af $\sqrt{5}$ kan kun angives som $\sqrt{5}$. Men nogen gange har man brug for en tilnærmet værdi og det er muligt at bestemme en tilnærmet værdi af $\sqrt{5}$ med lige så mange decimalers nøjagtighed, som man ønsker.

Metode 1 (geometrisk metode)

I oldtidens Grækenland brugte man en geometrisk metode til at bestemme størrelsen af fx $\sqrt{5}$.

Figuren til højre viser, hvordan de kunne bestemme størrelsen af $\sqrt{5}$.



Metode 2 (gættemetode)

Hvis man skal bestemme en tilnærmet værdi for fx $\sqrt{8}$, kan man bruge en metode, hvor man først gætter på en værdi med en decimal og regner efter. Herefter gætter man på en ny værdi og regner efter igen og fortsætter således, indtil man har bestemt en tilnærmet værdi, med det antal decimaler, man ønsker.

- Diskuter i klassen princippet i denne metode.

Metode 3 (gættemetode)

Gættemetoden der er beskrevet ovenfor er ret langsommelig.

Derfor har man fundet på mere avancerede gættemetoder.

Øverst næste side er vist en anden gættemetode, hvor man vil bestemme en tilnærmet værdi for kvadratroden af 12.

- Tal sammen i klassen om, hvad der sker når man går fra trin 1 til trin 2.
- Hvorfor må den tilnærmede værdi af kvadratroden af 12 ligge mellem det første gæt og k_1 ?

Gættemetode til at bestemme værdien af kvadratroden af 8		
Gæt nr.	Gæt	Gæt i anden
1	2,7	7,29
2	2,9	8,41
3	2,8	7,84
4	2,84	8,0656
5	2,82	7,9524
6	2,825	7,980625
7	2,829	8,003241

Opgave 1

- Forklar, hvorfor længden af det røde linjestykke i eksemplet ved metode 1 er $\sqrt{5}$.
- Brug et geometriværktøj til at bestemme størrelsen af $\sqrt{11}$.

Opgave 2

- Brug metode 2 til at bestemme en tilnærmet værdi for $\sqrt{11}$. Du kan med fordel bruge et regneark.
- Brug metode 3 og et CAS-værktøj til at bestemme en tilnærmet værdi for $\sqrt{11}$.

Bestemmelse af kvadratroden af 12

Trin 1: Gæt på en værdi for kvadratroden af 12.

$$\text{tal} = 12; \text{gæt} = 3,5; \text{gæt}^2$$

12,25

Trin 2: 3,5 er ikke rigtigt fordi 12,25 er større end 12. Jeg finder nu en ny værdi, som jeg også kontrollerer.

$$k1 = \frac{\text{tal}}{\text{gæt}}; \text{nyværdi} = \frac{k1 + \text{gæt}}{2}; \text{nyværdi}^2$$

12,0012755102

Trin 3: Nyværdi er tæt på en god værdi for $\sqrt{12}$, fordi nyværdi^2 er tæt på 12. Jeg prøver en gang til.

$$k2 = \frac{\text{tal}}{\text{nyværdi}}; \text{nyværdi1} = \frac{k2 + \text{nyværdi}}{2}; \text{nyværdi1}^2$$

12,0000000339

Nyværdi1 er en god tilnærmet værdi for $\sqrt{12}$, fordi nyværdi1^2 er meget tæt på 12. Jeg bruger derfor nyværdi1 som en god tilnærmelse til $\sqrt{12}$.

nyværdi1

3,46410162003

MatematikKan

Opgave 3

- Sammenlign metode 2 og metode 3 og beskriv, hvilken af de to metoder, som kræver færrest beregningstrin for at bestemme en tilnærmet værdi af $\sqrt{19}$ med 6 decimalers nøjagtighed.

Opgave 4

- Undersøg, hvilke andre metoder der findes til at bestemme kvadratroden af et givet tal. Du kan fx søge med denne streng: *How to find square root of a number*

- Hvad skulle du finde ud af?
- Kunne problemet løses på andre måder?
- Hvilken metode vil du anbefale, hvis du ikke må bruge lommeregnerens kvadratrodstast?
- Hvilke lignende problemer kunne de viste metoder bruges til at finde svar på?

Egne noter

.....

.....

.....