

IT i forhold til overgangen mellem grundskolen og gymnasiet

Uffe Thomas Jankvist,
DPU, AU

Disposition

- Kort om overgangsproblemer mellem folkeskole og gymnasium (2 rapporter og lidt fra PISA-2012)
- 405 1.g'ers besvarelse af udvalgte spørgsmål fra 'detektionstest 1' fra RUCs Matematikvejlederuddannelse til gymnasiet
- En lille case om CAS fra et større dansk gymnasium
- En illustrativ elevbesvarelse af et udvalgt spørgsmål i 'detektionstest 3'
- Afsluttende bemærkninger

To rapporter og et baggrundsspørgsmål fra PISA-2012

• • •

Om overgangsproblemer mellem folkeskole og gymnasium
lft. matematikfaget

Jessen m.fl. (2014)

- **Gymnasielærere** peger på følgende, som de finder at eleverne har svært ved (N=77):
 - o 38% fagets begreber og metoder
 - o 38% grundlæggende matematik (de fire regningsarter, simpel ligningsløsning, simpel symbolbrug)
 - o 29% avanceret matematik (algebra, 'bogstavregning', bevisførelse, kendskab til elementære funktioner, metoder, mv.)
 - o 18% abstrakt tænkning
 - o 12% at argumentere og præcisere
 - o 9% at beskrive matematiske problemstillinger

forsat

- **Elever** peger bl.a. på følgende forskelle mellem folkeskole og gymnasie (N=216):
 - o 53% niveauet, det er simpelthen bare mere svært
 - o 14% undervisningen
 - o 13% indholdet, specielt beviser og udledninger
 - o 6% indholdet, bestemte emner
 - o 2% computerprogrammer

Søndergaard m.fl. (2009)

- Lindenskov m.fl.: *Progression i matematik og naturvidenskab fra grundskole til stx...*
- En overordnet finding:
- I både matematik og naturvidenskab vurderer eleverne deres faglige forudsætninger højere end – stx-lærerne gør

PISA-2012 - Danske 15-årige elevers tiltro til egne evner

- Overordnet set er danske elevers tiltro til egne evner meget positive:
- ca. 88 % mener sig i stand til at benytte sig af køreplaner;
- ca. 86 % at forstå diagrammer i aviser;
- ca. 78 % at kunne udregne rabatter angivet ved procentmæssig besparelse;
- **ca. 77 % at kunne løse simple førstegradsligninger;**
- ca. 67 % at kunne udregne gulvarealer;
- ca. 62 % at kunne beregne en bils benzinforbrug;
- ca. 58 % at kunne finde afstanden mellem to steder på et kort;
- **men kun ca. 47 % at kunne løse mere komplicerede ligninger**

Eksempler på 405 1.g'eres 'snublesten' i 2012 og 2013

...

Udvalgte spørgsmål fra 'detektionstest 1' ift.

matematiske begreber og konventioner

Findes der...?

- **Spg. 17.** Findes der nogen værdier af a , således at $a^2 = 2a$? Ja: ☐ Nej: ☐
 - Ja, der findes to sådanne værdier af a : 0 og 2
 - $0^2 = 2 \cdot 0 = 0$ og $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$
 - En 2.gradsligning i a : $(a - 0)(a - 2) = 0$
 - 37% svarer forkert
-
- **Spg. 18.** Findes der nogen værdier af b , således at $4b = 4 + b$? Ja: ☐ Nej: ☐
 - Ja, vi kan løse ligningen for b :
 - $4b = 4 + b \Leftrightarrow 4b - b = 4 + b - b \Leftrightarrow 3b = 4 \Leftrightarrow b = 4/3$
 - Skulle man være i tvivl kan man altid "gøre prøve"
 - 70% svarer forkert

Løsning af simple ligninger

- **Spg. 34.** Bestem n når: $4+n-2+5=11+3+5$.
- 39% svarer forkert
- **Spg. 35.** Løs ligningen: $3x+20=x+64$.
- 41% svarer forkert
- **Spg. 36.** Løs ligningen: $-6x=24$.
- 37% svarer forkert

Negative tal, fortegn og ...

36. Løs ligningen: $-6x = 24$.

$$x = 4$$

36. Løs ligningen: $-6x = 24$.

$$-x = 4$$

36. Løs ligningen: $-6x = 24$.

$$x = 30$$

36. Løs ligningen: $-6x = 24$.

$$x = 18$$

36. Løs ligningen: $-6x = 24$.

$$x = 144$$

36. Løs ligningen: $-6x = 24$.

Løs ligningen: $6x = 24$.

Det giver -4 eller 4 men
er ikke sikker, kan ikke
regne det hovedet.

37. For hvilke x gælder: $38x + 72 = 28x$?

Hvad er en løsning?

- **Spg. 37.** For hvilke x gælder: $38x+72=38x$?
 - 85% svarer forkert
- **Spg. 20.** Hvad er løsningen/løsningerne til ligningen $3x-x=2x$?
 - 93% svarer forkert
- **Spg. 25.** Er $x=0$ en løsning til ligningen $3x-x=2x$? Ja: ☐
Nej: ☐
 - 48% svarer forkert

Matematiske konventioner

37. For hvilke x gælder: $38x + 72 = 38x$? Begge

37. For hvilke x gælder: $38x + 72 = 38x$? $\leq$ Detsidste

37. For hvilke x gælder: $38x + 72 = 38x$? $\odot$ ~~38x~~ Det x

37. For hvilke x gælder: $38x + 72 = 38x$? den baggerste

37. For hvilke x gælder: $38x + 72 = 38x$?

den forreste /

Lighedstegnet og 0'et

- **Spg. 50.** Hvis $a=b$ er så $b=a$? Ja: ☐ Nej: ☐
- 14% svarer forkert
- **Spg. 14.** Hvad er $0 \cdot x$?
- 19% svarer forkert
- **Spg. 15.** Hvad er $0+x$?
- 18% svarer forkert

En mindre case om CAS

• • •

fra et større dansk gymnasium

Spørgsmål

- Hvad sker der mon, når man udstyrer elever med lignende vanskeligheder som de netop fremviste med et kraftfuldt CAS-værktøj fra første dag i gymnasiet?
- En matematikvejleder (uddannet ved RUC) inviterede Morten Misfeldt og mig ud for at se på en 2.g-klasse, hvor dette netop var tilfældet...

Produktreglen

- Opgave:
- Find $f'(x_0)$ for $f_5(x) = (\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)$ benyttende produktreglen for differentiation: $h' = f' \cdot g + f \cdot g'$
- Gør det uden brug af CAS!
- Umiddelbare vanskeligheder:
- "Hvad betyder f_5 ?"
- " f står jo allerede i 'formlen'!"
- Anders omskrev produktreglen: $f' = h' \cdot g + h \cdot g'$

Forventede vanskeligheder

- Elever giver følgende som svar:
- $f_5'(x_0) = \frac{1}{2\sqrt{x_0}} \cdot (\sqrt{x_0} - 3) + (\sqrt{x_0} + 3) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x_0}}$
- Ingen giver $f_5'(x_0) = 1$ som svar!
- De bliver bedt om at reducere...
- "Når man ganger noget med en brøk, skal det så op eller ned..."
- "Hvad er $\sqrt{x_0}/\sqrt{x_0}$?"

Næste opgave

- Reducér først $f_5(x) = (\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)$, og differentier derefter resultatet
- Igen uden brug af CAS!
- Idéen er selvfølgelig, at vise eleverne, at dette giver det samme, altså:
 - $f_5(x) = x - 9$.
 - $f'_5(x_0) = 1$.

Én elev

- Da én elev skulle gange $\sqrt{x}$ med $\sqrt{x}$, skrev hun $(\sqrt{x})^2$
- Hun indså, at $3\sqrt{x}$ gik ud med $-3\sqrt{x}$
- Og kom frem til $(\sqrt{x})^2 - 9$.
- Hun behandlede derefter $(\sqrt{x})^2$ som en **sammensat funktion** og differentierede den vha kædereglen
- $f' = f'(u) \cdot u'$ med $f = x^2$ og $u = \sqrt{x}$
- $f'_5(x_0) = 2(\sqrt{x_0}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x_0}} = 1$

Indsigelse

- Altså, eleverne kan ikke reducere udtryk; de kan ikke håndtere brøker; og nogle har glemt betydningen af matematiske symboler
- "Ja ja" vil nogle sige, "men de vanskeligheder så vi også inden CAS blev indført i gymnasiet."
- Det er korrekt. MEN pointen er, at der er skabt en situation, hvor eleverne nu ikke behøver hverken *huske* – eller endnu værre *forstå* – disse ting, da CAS klarer det for dem!
- (se Jankvist, Misfeldt & Marcussen, 2016)

Et illustrativt eksempel

• • •

En frigivet PISA-opgave i Matematikvejlederuddannelsens
'detektionstest 3'

En frigivet PISA-opgave

Af helbredsmæssige årsager bør folk begrænse deres anstrengelser, fx under udøvelse af sport, for ikke at overskride en bestemt hjertefrekvens (antal hjerteslag pr. minut). Før i tiden var sammenhængen mellem en persons anbefalede maksimale hjertefrekvens og personens alder (målt i år) beskrevet ved følgende formel (hvor der ses væk fra enheder):

$$\text{Anbefalet maksimale hjertefrekvens} = 220 - \text{alder}.$$

Nyere forskning viste at denne formel burde ændres en smule. Den nye formel er som følger:

$$\text{Anbefalet maksimale hjertefrekvens} = 208 - (0,7 \cdot \text{alder}).$$

En avisartikel skrev: "Et resultat af at benytte den nye formel i stedet for den gamle er, at det anbefalede maksimale antal hjerteslag per minut for yngre mennesker nedsættes en smule, mens det for ældre mennesker forhøjes en smule."

Avisens påstand er korrekt. Fra hvilken alder og frem forhøjes den anbefalede maksimale hjertefrekvens ved overgang til den nye formel? Begrund dit svar.

Løsning

- De to modeller er begge matematiseret som lineære funktioner (med hjerterefrekvensen som funktion af alder), begge med negativ hældningskoefficient.
- Eftersom hældningskoefficienterne er forskellige, har de to grafer netop ét skæringspunkt, som bestemmes af ligningen (vi kalder "alder" for x):

$$220 - x = 208 - 0,7 \cdot x$$

$$0,3 \cdot x = 12$$

$$x = 40$$

- dvs. den søgte "skæringsalder" er lig 40. Det konstateres, at for "alder" > 40 er funktionsværdierne for den nye funktion større end for den gamle.

Besvarelse af en 3.g'er (2012)

$$220 - X = 208 - (0,7 \cdot X)$$

~~man kan~~

$$\frac{12}{-0,7} - \frac{X}{-0,7} = \frac{-0,7 \cdot X}{-0,7}$$

Fuck det
jeg solver

$$-17 + \frac{X}{0,7} = X$$

$$X = 40$$

~~0,7~~ ~~220~~

8

altså for folk ~~er~~ 40
pd

Hva' sker der?

- Skemp (1976) skelner mellem *instrumentel forståelse* (at vide hvad man skal gøre) og *relationel forståelse* (at vide hvorfor man skal gøre hvad)
- Denne 3.g'er besidder strengt taget ingen af delene ift. at løse den pågældende ligning
- Derimod besidder han hvad man kan tænke på, som **CAS-instrumentel forståelse** (Jankvist & Misfeldt, 2015)
- Men det er egentlig ikke noget som er særlig tilstræbellesværdigt!

Hva' så?

• • •

Om overgange mellem folkeskole og gymnasium
I forhold til brug af IT

Tilbage til spørgsmålet

- Det synes rimeligt, at antage, at 2.g-klassens elever er begyndt i gymnasiet med lignende vanskeligheder som de 405 1.g'ere besad
- Om klasses fortsatte vanskeligheder så skyldes den udprægede brug af CAS fra første dag i 1.g kan selvfølgelig ikke siges med 100% sikkerhed
- Men det forekommer sandsynligt, at **brugen af CAS i hvert fald ikke har gjort situationen bedre**, hvad angår afhjælpning af disse vanskeligheder, ej heller ift. fremmelse af relationel matematisk forståelse og matematiske kompetencer
- Og noget lignende synes at være tilfældet for 3.g'eren

Lidt citater om IT og mat.

- Om hjælpemiddelskompetencen i KOM-rapporten:
 - o "at kunne betjene sig af og forholde sig til hjælpemidler for matematisk virksomhed (inkl. IT) [...]"
 - o "Vi kan også nævne den tænsomme omgang med lommeregner og computere, samt it-software af typen LOGO, Cabri-Géomètre, regneark, MathCad, Maple, osv."
 - o (Niss & Jensen, 2002, s. 62)
- "IT skal agere kapacitetsforstærker, ikke kompetenceerstatte!"
- (Mogens Niss)
- "For at IT kan agere kapacitetsforstærker, skal der være nogle kapaciteter at forstærke."
- (Kasper Bjering Søby Jensen)

Sidste slide

- IT-værktøjer, herunder CAS, i matematik-undervisningen er nok kommet for at blive!
- Så 'lektien' må være, at:
 1. Vi i fællesskab skal sørge for, at danske elever kommer til at besidde de nødvendige "kapaciteter"
 2. Således at "den tænksomme omgang" med CAS og andre IT-værktøjer i matematik kan være med til at forstærke disse "kapaciteter" på en fornuftig vis
- Forhåbentlig kan vi derved bringe eleverne op på et niveau der modsvarer deres tiltro til egne evner!

Tak for jeres
opmærksomhed

...