

Abstract

I dette kapitel vil jeg indkredse diskussionen om it's rolle i matematikundervisning. Det vil jeg gøre ved dels at beskrive hvilke roller it og teknologi indtager i matematikundervisningen, dels ved at ridse de store træk op i de sidste 30 års forskning inden for feltet. Jeg vil desuden beskrive de vigtigste diskussioner af, hvordan og hvor meget it skal bruges i matematikundervisningen. Jeg ser diskussionen som omhandlende tre objekter og tre spørgsmål. Objekterne, som jeg har fremhævet er 1. it og matematik, 2. it og matematiklæring og 3. it og matematikundervisning. Spørgsmålene har med (a) demarkation, (b) mål og midler og (c) progressiv versus traditionel matematikundervisning at gøre. Formålet med kapitlet er at bidrage med mere klarhed omkring, hvad vi diskuterer, når vi taler om it i matematikundervisningen og dermed undgå, at vi forfalder til at diskutere for og imod brug af it i matematikundervisningen.



Forfatter

Morten Misfeldt

Morten Misfeldt er Professor og leder af forskningsgruppen it og LæringsDesign på institut for læring og filosofi på AAU København. Hans forskning er fokuseret på, hvordan matematiklæring og matematiske praksisser påvirkes af it samt på, hvordan it forandrer rammerne for lærerarbejde og undervisning.

Seneste relevante publikationer

Misfeldt, M. (2016). *Digitalt Understøttede Læringsmål: Udviklingsprojekt med demonstrationsskoleforsøg vedr. it i folkeskolen (Slutrapport)*. (1 ed.) København: Institut for Læring og Filosofi, Aalborg Universitet.

Misfeldt, M., Thomas Jankvist, U., & Sánchez Arguilar, M. (2016). *Teachers' beliefs about the discipline of mathematics and the use of technology in the classroom. International Electronic Journal of Mathematics Education*, 11(2), 395-419. DOI: 10.12973/iser.2016.2113a

Misfeldt, M., & Zacho, L. (2016). *Supporting primary-level mathematics teachers' collaboration in designing and using technology-based scenarios. Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(2-3), 227-241. DOI: 10.1007/s10857-015-9336-5

Kapitel 7

Hvad taler vi om, når vi taler om it i matematikundervisningen?

It

er i løbet af de sidste par år blevet en vigtigere og vigtigere del af matematikundervisningen i grundskolen. Det gælder it, der understøtter, at elever skaber matematik-relaterede artefakter og interaktioner

- gennem programmering og design (fx LEGO Mindstorms, Scratch og Hopscotch)
- digitale værktøjer som dynamiske geometriprogrammer (fx GeoGebra)
- computeralgebrasystemer (fx MatematiKan)
- regneark (fx Excel)

Men det gælder også forskellige læringsobjekter og træningsapplikationer, som emat.dk, MatematikFessor.dk og Khan Academy. Derfor påvirker it også matematikundervisning på flere niveauer og er potentielt en potent forandringsagent. It forandrer forskningsmatematik, it ændrer på, hvordan matematik bruges i samfundet, og it giver lærere nye muligheder for at ændre undervisningsmetoder. Man kan altså med rette hævde, at it forandrer alle vilkår omkring matematikundervisning, det gælder både formål, indhold, undervisningsmetode og elevernes arbejdsformer. Men et sådant forandringspres nødvendiggør jo, at lærere, materialeforfattere og curriculumudviklere navigerer sikkert og refleksivt, og rent faktisk sikrer, at matematikundervisningen udvikles i en fornuftig retning i dette mulighedsrum. En sådan sikker navigation er i dansk sammenhæng flere omgange blevet italesat som et ønske om, at it (kun) skal bringes i spil for at understøtte matematiklæring, og at it skal agere kapacitetsforlænger, ikke tankeerstatte.*

De to udsagn, "It er en potent forandringsagent" og "It skal kun bringes i spil for at understøtte matematiklæring og må ikke blive en tankeerstatte", står overfor hinanden. De siger på hver sin måde noget meget rigtigt om problematikkerne, som

*) Ideen om, at it ikke skal agere tankeerstatte, er fremlagt af Mogens Niss og Bent Lindhardt i forbindelse med ministerielt arbejde omkring udviklingen af matematikundervisningen i Danmark og desuden beskrevet i blogindlægget "It og matematik – hvad er op og ned?" af Bent Lindhardt, se <http://www.folkeskolen.dk/526228/it-og-matematik---hvad-er-op-og-ned>

man står overfor, når man bringer it i anvendelse i forbindelse med matematikundervisning, men de taler dårligt sammen. For det ene udsagn råber reform og forandring, It forandrer ALT, intet er helligt, matematikken er ikke længere den samme, og det er i hvert fald ikke det samme, der skal læres, undervisningen er forandret med nye redskaber og interaktionsformer, opgaver og eksamener bør forandres osv. Det andet udsagn råber, at vi skal tilbage til udgangspunktet, matematik er nu engang matematik, og bare fordi nogle smarte teknologier tilbyder hjælp til eleverne eller hjælp til andre processer og interaktionsformer, så skal man ikke fare frem og lave alt muligt om. Det er derfor disse to udsagn nemt komme til at stå overfor hinanden som en slags "for og imod it". Det er mit udgangspunkt, at denne modstilling ikke nødvendigvis er produktiv, hvis målet er at integrere it i matematikundervisningen på en måde, der understøtter elevernes kompetence til at begå sig matematisk i et højteknologisk samfund. Derfor stiller jeg i denne artikel spørgsmålet *Hvad er diskussionen af it i matematikundervisningen for noget? Hvad handler diskussionen om? Hvad er de matematiske aspekter, de læringsmæssige aspekter og de didaktiske aspekter i diskussionen?*

Det er min intention at bevæge mig hele vejen fra overordnede principielle spørgsmål til meget konkrete handlegreber, som man kan overveje at tage i brug. Mit mål er ikke at advokere for et bestemt perspektiv eller en bestemt løsning, snarere at forsøge at forstå hvilke forskellige måder man kan se problematikken på og hvilke handlemuligheder og valg, der tilbyder sig.

It i matematikundervisningen – en indkredsning og status

It i undervisning og it i matematikundervisning er ikke én entydig ting. Begrebet strækker sig fra brug af helt generelle værktøjer som tekstbehandling og internet-sider, som fx Wikipedia, til højt specialiserede værktøjer, der kan assistere i meget specifikke faglige processer. For at skabe orden i landskabet kan man tale om de hovedfunktioner, som it har i forhold til matematikundervisning. Jeg har tidligere argumenteret for, at det er meningsfulgt at se på it som henholdsvis værktøj, medie og undervisningsteknologi (læremiddel) for på rimelig vis at indfange de forskellige roller, som it har. At tænke it som værktøj, er naturligt inden for matematikfaget. Der findes en række teknologier, der løser eller assisterer i løsningen af matematiske opgaver og problemer. Det kan være lommeregner, dynamiske geometrisystemer, computeralgebrasystemer og regneark. Der kan også være tale om et programmeringssprog, der anvendes matematisk.

En værktøjstankegang er en tankegang, der fokuserer på opgaveløsning og distribuering af kognitive processer. Når matematiske værktøjer bringes i spil i pædagogiske situationer, er der altid et komplekst læringshensyn, da nogle af de opgaver, der distribueres til værktøjet, netop kan være opgaver, som det fra et matematiklæringsperspektiv er fornuftigt, at eleven arbejder med. Ved at lægge fokus på it som medie, ser man på den måde, at it udtrykker og medierer matematiske ideer. En medietankegang kan anvendes på computer algebra systemer og dynamiske geometrisystemer (der jo ellers er 'matematiske værktøjer'), men kan også anvendes om generelle applikationer (som tekstbehandlere, videooptagere og præsentationsværktøjer) og om helt særlige værktøjer til matematisk udtryk (som LaTeX, WordMat og MatematiKan). Endelig kan man vælge at se på it som en undervisningsteknologi, der på forskellig vis støtter flere undervisningsprocesser. Det kan dreje sig om computerstøtte af kommunikation og administration af undervisningen, fx systemer som SkoleIntra, Moodle og Blackboard. Det drejer sig også om en række digitale læremidler som fx MatematikFessor.dk og Khan Academy.

It som et af feltets store problemer

Meget af det arbejde, der omhandler digitale værktøjer i matematikundervisningen, er udviklingsarbejder, hvor enkelte elementer og designs testes og kvalificeres. Derfor har feltet også været præget af mindre succeshistorier fra udviklingsarbejder og visionære filosofiske conceptualiseringer af teknologiens betydning for matematisk aktivitet. Men der er nogle ret grundlæggende problematikker i spil, når it og især stærke digitale værktøjer introduceres i matematikundervisningen. En god beskrivelse af dette findes i en overblikartikel af Mogens Niss, der i 1999 gør status over de resultater, man har opnået inden for matematikkens didaktik som disciplin. Her karakteriserer han it's betydning for matematikundervisning, som et af feltets største forskningsproblemer snarere end en løsning på, hvordan matematikundervisning skal gøres.

The marvels and the pitfalls of information technology in mathematics

education: *Information technology gives rise to major transformations of mathematics education in all respects. Research shows that it has opened avenues to new ways of teaching and learning which may help to greatly expand and deepen students' mathematical experiences, insights, and abilities. However, it further shows that this does not happen automatically but requires the use of technology to be embedded with reflection and care into the overall design and implementation of teaching-learning environments and situations, of which IT-activities are but one amongst several components. The more students can do in and with information technology in mathematics, the greater is the need*

*for their understanding, reflection, and critical analysis of what they are doing. So, in spite of what one might have expected because of the new opportunities offered by information technology, IT increases rather than decreases the demands on the teaching and learning of mathematics.**

It gør altså matematikundervisning til et mere komplekst foretagende og øger på en gang muligheden for at forbedre og udvikle matematikundervisningen og risikoen for, at matematikundervisningen bliver uklar og ikke udvikler elevernes matematiske forståelse. Derfor kan det være vanskeligt at fremføre et cost-benefit-argument a la: "It giver automatisk en bedre, og mere ensartet matematikundervisning". Denne indsigt er efterhånden bredt anerkendt i matematikdidaktiske sammenhænge og er fulgt op af udviklingen af teoretiske begreber og empiriske analyser, der lader os følge praksis og problemer tæt, når it generelt, og især digitale værktøjer som computeralgebra systemer og dynamisk geometri, anvendes i matematikundervisningen. Der er sidenhen fulgt op af enkelte kritiske bidrag, der forsøger at blotlægge de negative konsekvenser af for megen og forkert brug af it i matematikundervisning.

Der er udgivet en række overblikartikler, som hver især indkredser, hvilken rolle it har og har haft i matematikundervisning og matematikundervisningens didaktik. En gennemgang af disse kilder peger i mange retninger og på en lang række problematikker**. Jeg vil dog her fremhæve fire hovedproblematikker og resultattyper relateret til

- 1) matematisk faglighed
- 2) matematiklæring
- 3) matematikundervisning
- 4) implementering og opskalering af gode praksisser.

Jeg vil nedenfor gennemgå hovedresultaterne på disse punkter.

It og matematik

It udfordrer og forandrer matematisk faglighed og ekspertise. Ingen forskningsmatematiker med respekt for sig selv vil sige, at it ikke har haft indflydelse på matematisk praksis. Der er naturligvis forskel på, hvordan og hvor meget den enkelte forskers praksis er påvirket, men der er påvirkninger til stede både omkring, hvad der regnes som matematisk evidens, hvilke forskningsspørgsmål, det giver mening at afsøge, og

*) Side 19 I (Niss 1999), se litteraturlisten.

**) De vigtigste bidrag er (Hoyles & Noss, 2003; Joubert, 2013; J.J. Kaput & Balacheff, 1996; James J Kaput & Thompson, 1994; Laborde & Strasser, 2010), samt den antologi der er kommet som resultat af det 17. ICMI studie om teknologier i matematikundervisning (Hoyles & Lagrange, 2010).



ikke mindst omkring de matematiske arbejdsmetoder, der bruges inden for forskningen. Endelig er det klart, at matematiks rolle i samfundet er stigende og langt mere etisk problematisk end tidligere, da betydningen af matematiske modeller og algoritmer har bevæget sig fra primært at vedrøre tekniske og naturvidenskabelige fænomener til også at have central betydning i politik, uddannelsesadministration, privatlivssfæren og økonomi.

Matematiske beviser og evidens er blevet udfordret af computergenererede beviser. Det mest berømte af slagsen er nok beviset for firfarvesætningen – det forhold, at alle almindelige landkort kan farvelægges med kun fire farver*. Beviset er helt afhængigt af en gennemregning af tusindvis af eksempler, som intet menneske vil kunne foretage inden for et liv, men som en computer kan gennemføre. Sådanne beviser sætter matematikkens filosofiske fundament under pres, fordi det nu ikke længere kan fastholdes, at matematik er rent a priori arbejde, da computerens bidrag til evidensen for en sætning på en eller anden måde er at sidestille med empirisk viden. Dette forhold er udfoldet i den matematikfilosofiske litteratur, hvor man stadig diskuterer spørgsmålet om, hvorvidt matematikkens a priori natur kan opretholdes, når disciplinen accepterer sætninger, der kun kan bevises med brug af computer.

De forskningsspørgsmål, begreber og teorier, der undersøges inden for forskningsmatematik, er også påvirket af it. Et af de vigtigste eksempler er her tilblivelsen

*) Beviset er her (Appel, Haken, & Koch, 1977), se litteraturlisten.

af disciplinen *eksperimentel matematik*, der afsøger matematiske fænomener med metoder, der fokuserer på beregning og generering af store datamængder, der så analyseres på måder, der minder om naturvidenskabelige. Den eksperimentelle tilgang til matematik har givet anledning til, at man har kunnet forfølge forskningsagendaer, der ellers ikke har været mulige at forfølge, eller har været anset for væsentlige. Det skal pointeres, at *eksperimentel matematik* her er noget andet end *undervisningsmetoden eksperimentel matematik*, der er omtalt i kapitel 2.

Matematik og matematisk kompetence er blevet en ressource af stigende betydning i vores samfund. Det ses på en lang række områder. Indenfor økonomi har modeller for fx aktiehandel og samfundets udvikling stor betydning for pengestrømme og politiske beslutninger. Det høje teknologiske niveau i produktion og innovation gør det samtidig i stigende grad nødvendigt, at mennesker besidder matematiske kompetencer både ud fra et økonomisk og demokratisk perspektiv. Således har it og teknologi indflydelse på matematisk faglighed. Den første ICMI udgivelse om it's betydning for matematikundervisning fra 1986 fokuserede da også på, hvordan fremtidens matematikfaglighed i skolen ville se ud som konsekvens af it's indtog. På det tidspunkt havde mange en forestilling om, at it ville revolutionere matematikundervisningen, hvorimod de færreste forestillede sig, at matematisk forskning ville forandres nævneværdigt. Ironisk nok ser det ud til at forholde sig omvendt. Matematikforskning og matematisk praksis i samfundet er totalt ændret, hvorimod den daglige undervisningspraksis er næsten uændret.*

It og matematiklæring

Samtidigt med at it har ændret mindre på læringsmål og undervisningsmetoder, end man havde forestillet sig for 30 år siden, sker der en ret stor ændring af matematiske læreprocesser. Problemløsning og erkendelse er forandret, når digitale værktøjer automatiserer nogle af de arbejdsgange, som tidligere blev gennemført af eleven med blyant og papir. Dette forhold er klarest beskrevet i teorien om instrumentering eller 'instrumental genesis', som det kaldes i den engelsprogede forskningslitteratur. Udgangspunktet for denne teori om matematisk aktivitet og matematiklæring er, at mennesker gennem aktivitet transformerer artefakter til egentlige værktøjer. Denne proces er et samspil imellem den enkelte elev, klassen og læreren og det anvendte værktøj. Brug af et værktøj (som fx GeoGebra) vil derfor i sig selv ikke give anledning til én bestemt erkendelsesproces, men værktøjet påvirker elevens handlerum og oplevelse af en matematisk problematik. Samtidigt vil elever løbende tager ejerskab

*) Denne observation blev fremført af Michelle Artigue ved et møde i København om it's rolle i matematikundervisningen i juni 2014.

over og transformere de værktøjer, de arbejder med, med udgangspunkt i deres forståelse af den matematiske situation. Således er der tale om en gensidig påvirkningsproces, hvor it bringes i spil af eleven med et matematisk formål, og samtidigt kommer it til at påvirke, hvad det matematiske formål er. Denne ret dybtliggende påvirkning af arbejdsproces og mål, som it kan have i matematiklæringsammenhænge, er i udgangspunktet hverken god eller dårlig. Men den kan give anledning til en række problemer. Et af de mest typiske problemer handler om, at it kan være med til at blackboxe centrale matematiske processer.

En række forfattere har beskrevet hvordan blackboxing er et tosidet sværd for matematikundervisningen. På den ene side kan blackboxing af uvæsentlige processer være en stor fordel i forhold til at øge fokus og skrælle alt det uvæsentlige væk, men samtidigt er der en stor fare for, at blackboxing tømmer matematikopgaver og processer for den uddannelsesmæssige værdi, som ellers har gjort, at vi har anset det som væsentligt at beherske arbejdet med sådanne opgaver. Derudover er det en proces, der tager tid, at tage et nyt værktøj til sig og bringe det i spil i forbindelse med matematiklæring. Således vil brug af it i matematikundervisningen altid føre til, at noget af undervisningstiden og elevernes opmærksomhed er dedikeret til at arbejde med værktøjet. Konsekvensen af dette kan meget vel være, at eleverne i perioder bruger mindre tid på matematiske begreber og analoge teknikker og mere på digitale værktøjer.

It og matematikundervisning

En af de tydeligste empiriske indsigter, der er opnået inde for de sidste årtier, er, at it øger kompleksiteten i matematikundervisningen og ikke i sig selv ændrer matematikundervisning i en bestemt retning. Lærere vil anvende værktøjer og undervisningsteknologier forskelligt, og disse vil blive bragt i spil, så de understøtter disse læreres eksplicite eller implicite pædagogiske ideer og vaner. På denne måde øges betydningen af lærernes kompetencer, værdier og forestillinger omkring fx matematik, teknologi og skole. Det er desuden dokumenteret, at lærere har mange forskellige vaner og på denne måde øger orkestreringer af samspillet mellem værktøjer, elever og lærere, når de underviser med teknologi*. En vigtig pointe er, at hverken lærere eller forskere har et særligt veludviklet sprog til at beskrive de forskellige måder, hvorpå man kan gennemføre matematikundervisning med teknologi.

Ud over diversiteten af tilgange er et andet vigtigt resultat, at der er iboende, eller i hvert fald vedholdende implementeringsproblemer, i at gå fra udvikling af god praksis med it til implementering af en sådan praksis bredt. Dette er til dels et resultat af

*) Se (Tabach, 2013) i litteraturlisten.

feltets status, som præget af pionerånd, ildsjæle og projektorganiseringer. Meget groft tegnet op har trenden været, at man i 1980'erne fokuserede på, hvordan it gav anledning til nye matematiske muligheder og processer, og målet var derfor at udvikle en helt ny skolematematik. Vi kunne kalde det for *det matematiske aspekt* af it i matematikundervisningen. I 1990'erne og starten af 00'erne har der været stor fokus på *matematiklæringsaspektet*, eller *det psykologiske aspekt* af it i matematikundervisningen. Fokus har været på elevens individuelle konstruktion/tilegnelse af matematisk viden, og der er udviklet en hel del teori omkring it-baserede læreprocesser. I de seneste år er der kommet øget fokus på læreren og undervisningen i forståelsen af it's rolle i matematikundervisningen. Man kunne passende kalde dette for *det didaktiske aspekt* af it i matematikundervisningen. Endelig er der for tiden en del fokus på, hvordan gode praksisser bevæger sig fra ildsjæle og first-movers ud blandt mange lærere. Det kunne man eventuelt betegne *det organisatoriske aspekt* af it i matematikundervisningen.

Vigtige spørgsmål omkring it, matematik, matematiklæring og matematikundervisning

Efter ovenstående overblik vil jeg nu beskrive de væsentligste spørgsmål, som brugen af it i forbindelse med matematikundervisning, giver anledning til. Disse spørgsmål ser jeg som en demarkationsproblematik, der handler om, hvornår et forhold har med it i matematikundervisningen at gøre, og hvornår det bare er fx et matematikdidaktisk eller et alment didaktisk problem. Det vil sige et spørgsmål om forholdet mellem mål og midler, når it bringes i spil i matematikundervisningssituationer og endelig et spørgsmål om progressivitet og forandring overfor tradition, når man ser på it's indflydelse på matematik og matematikundervisning.

Demarkationsproblematikken

Et overblik over it i matematikundervisningen må forholde sig til et behov for at skabe enighed eller i hvert fald overblik over en passende demarkation af problematikken. It i undervisningen er en bred diskussion, der handler om infrastruktur, efteruddannelse, it-didaktik, digitale læremidler, en-til-en undervisning, bring-your-own-device osv. Derfor er det et spørgsmål, hvilke aspekter af denne diskussion, der hører til inden for matematikfaget, og hvilke, der overlades til en mere generel diskussion. Det kan selvfølgelig ikke afgøres en gang for alle, men selve samtalen er nødvendig. Hvad betyder nye teknologiske udviklinger og infrastruktur-investeringer for matematikundervisning? Har matematikundervisning nogen interfaces med de andre fag som konsekvens af den forandrede teknologiske situation?



Omdrejningspunkterne for en diskussion af forholdet mellem matematikdidaktik og en bredere diskussion af it og undervisning kan indeholde en lang række aspekter, men vi bør i hvert fald forholde os til grænsen imellem 'it og fag' og 'it og skole', herunder fagets interaktion med udvikling af politikker og infrastrukturer på it- og skolefeltet, samt matematikfagets forhold til datalogi og programmering.

Man kan nok ikke én gang for alle trække en grænse for, hvad der kan løses i en bredere diskussion om it i undervisningen, og hvad der skal involvere fagfolk (matematiklærere, matematikprofessionelle og matematikdidaktikere). Men på et eller andet niveau er det væsentligt at overveje, hvornår fagmiljøet skal insistere på at blive hørt, og hvordan samarbejdsfladerne med andre fag og ikke fagspecifikke aktører skal være. Eksempelvis kunne der etableres systematiske tiltag på linje med Danmarks Matematikundervisningskommission* med det formål at sikre, at 'faget' bliver hørt i den bredere diskussion om it i skolen, når der diskuteres overordnede beslutninger (fx om indkøb af smartboards og iPads), der indirekte påvirker matematikundervisning.

It som mål og middel i matematikundervisningen

Det er en helt overordnet diskussion, om it alene anses som et middel til at understøtte matematikundervisning, eller om it både anses som et middel og som noget, der påvirker matematikundervisningen. Et eksempel på denne diskussion er det dobbelte samspil imellem it og matematik, fordi programmering og datalogi jo netop er

*) Se www.druk.icmi.dk

en slags matematik. Et dybt kendskab til algoritmer, løkkestrukturer og automatisering kan derfor med en vis rimelighed ses som en del af matematikundervisningens formål. Et andet eksempel er den øgede betydning, som algoritmer og matematiske modeller har. Men derudover anses digitale værktøjer som en forandringsagent, der kan ændre på forholdet imellem fokus på lavere ordens færdigheder og mere komplekse kompetencer i matematikundervisningen. Undervisningsteknologier implementeres således nogle gange med et ønske om at skabe en mere personlig læringsform rettet imod den enkelte elev. Endelig bringes it som oftest i spil for at støtte og hjælpe matematikundervisningen i dens eksisterende form (det gælder både værktøjer, medier og undervisningsteknologi). Således kan it både ses som et middel og som et mål i matematikundervisningen, men det er klart, at disse to perspektiver stiller forskellige krav til, hvad vi kan forvente af it's indflydelse på matematikundervisningen. Hvis man udelukkende tænker på it som et middel til bedre matematikundervisning, vil man være tilbøjelig til at fravælge it, der vanskeliggør en bedre matematikundervisning. Men hvis digitale matematiske metoder også ses som et mål i matematikundervisningen, vil et sådant fravalg være meningsløst, og de vanskeligheder, som it bringer, vil bare være en del af de forandrede vilkår for at bedrive matematikundervisning.

Tradition eller progressivitet i matematikundervisningen

Det er en banal observation at videnskabsfaget matematik ændrer sig blandt andet som konsekvens af den teknologiske udvikling. Der er dog massiv uenighed om, hvorvidt denne påvirkning er "noget særligt" eller principielt anderledes end så mange andre teknologiske landvindingers indflydelse på matematikken. Dette kan hurtigt blive til en pædagogisk diskussion om, hvilken plads digitale metoder skal have i undervisningen. Et andet væsentligt stridspunkt handler om, hvorvidt computerbaseret arbejde udfordrer matematiks a priori natur, det vil sige, om matematik er en ren tankeaktivitet, eller om matematik involverer erkendelser, der trækker på interaktion med den empiriske verden. Endelig kan der argumenteres for, at it har medført en ændring i de væsentligste måder, hvorpå matematik bringes i anvendelse i samfundet.

Selvom videnskabsfagets udvikling ikke har direkte konsekvenser for skolefaget, så vil udviklingen indenfor videnskabsfaget (samt andre steder, hvor matematik bruges i samfundet) alligevel spille ind på beslutninger om, hvilke kompetencer matematikundervisningen sigter imod. Spørgsmålet må være, hvordan og i hvor høj grad den stigende brug af digitale værktøjer i videnskabsfaget og i matematiske opgaver i samfundet bør have betydning for skolefaget. Ud over dette spørgsmål har it også en meget mere direkte indflydelse på matematikundervisning i form af nye muligheder og problemer, der opstår, når digitale værktøjer bruges. Vi bør derfor diskutere både

hvordan og i hvor høj grad, den stigende brug af digitale værktøjer i matematisk videnskab og til matematiske opgaver i samfundet skal have betydning for skolefaget. Er der emner, vi ikke længere skal undervise i og hvilke? Er der emner, som kalder på opmærksomhed? Ligeledes bør vi diskutere om it-værktøjer skal bruges altid, nogle gange eller aldrig i undervisningssammenhænge, og i hvor høj grad dette skal være den enkelte lærers beslutning.

Endelig er et af de mest stabile forhold, når vi taler om it i matematikundervisningen, at muligheder og intentioner ligger ret langt fra mainstream praksis. Der er mange triste erfaringer at henvise til, men også masser af eksempler på virkelig visionære lærere, der bringer matematikundervisningen nye steder hen. Kravet om brug af nye værktøjer nødvendiggør, at flere matematiklærere arbejder med at inddrage it i deres undervisning, hvilket kræver støtte af en helt anden type end den støtte, first movers har behov for.

Konklusion

I dette kapitel har jeg forsøgt at beskrive feltet omkring brug af it i matematikundervisningen som tre objekter og tre spørgsmål. Objekterne, jeg har fremhævet, er it og matematik, it og matematiklæring og it og matematikundervisning, og spørgsmålene har med demarkation, mål og midler og progressiv versus traditionel matematikundervisning at gøre. Det felt kan således beskrives som en 3x3 matrix, der vises i tabel 1.

Tabel 1. Overblik over feltet IT og matematikundervisning

	Demarkation Hvad vedrører diskussionen om it i matematikundervisningen?	Mål og midler Hvad er begrundelsen for at bruge it i matematikundervisningen?	Forandring versus tradition Hvordan italesættes løbende forandringer af fag og praksis?
It og matematik (fagligt fokus)	Værktøj, medie og undervisningsteknologi
It og matematiklæring (psykologisk fokus)
It og matematikundervisning (didaktisk fokus)	Værktøj, medie og undervisningsteknologi

Det er mit håb at dette kapitel kan bidrage til klarhed over kompleksiteten af problematikkerne vedrørende it i matematikundervisningen, således at vi ikke forfalder til simple generaliseringer og overordnede betragtninger i diskussionen om hvordan, hvorfor og hvornår it skal anvendes i matematikundervisningen.

Til refleksion

- ★ Find eksempler på forhold, som ligger på grænsen mellem at vedrøre og ikke vedrøre it i matematikundervisningen. Udforsk fx grænsen til en almindelig og en skole-organisatorisk diskussion.
- ★ Det er ofte fremført, at it alene skal ses som et middel til bedre matematikundervisning og ikke er noget mål i sig selv. Det passer dårligt med en ide om at tænke kodning og digital dannelse som en del af matematikundervisningen. Hvad er op og ned?
- ★ Det er klart, at den teknologiske udvikling betyder, at der er nogle ting, vi ikke lænere skal undervise i og nogle nye, vi tager op. Fx giver det meget mening at lære at bruge en lommeregner og mindre mening at lære at bruge en regnestok. Hvad kan der ske, hvis matematikundervisningen forandrer sig for hurtigt eller slet ikke som konsekvens af nye teknologier?

Litteraturliste

- Appel, K., Haken, W., & Koch, J. (1977). Every planar map is four colorable. *Illinois J. Math.*, 21(3), 429–567.
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245–274.
- Borwein, J. M., & Devlin, K. J. (2009). *The computer as crucible: an introduction to experimental mathematics*. BOOK, Wellesley, Mass.: A.K. Peters.
- Buchberger, B. (2002). Computer algebra: the end of mathematics? *ACM SIGSAM Bulletin*, 2(1), 16–19.
- Bundsgaard, J., Misfeldt, M., & Hetmar, V. (2012). Udvikling af literacy i scenariebaserede undervisningsforløb. *Viden Om Læsning*, 12.
- Churchhouse, R. F. et al. (1986). The Influence of computers and informatics on mathematics and its teaching. CONF, Cambridge, [Cambridgeshire]; New York, NY, USA: Cambridge University Press.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 213–234.

- Guin, K. Ruthven, & L. Trouche (2005), *The didactical challenge of symbolic calculators Turning a computational device into a mathematical instrument*. Berlin; New York: Springer Verlag.
- Hoyles, C., & Lagrange, J.-B. (2010). *Mathematics education and technology: rethinking the terrain: the 17th ICMI study*. BOOK, New York: Springer.
- Hoyles, C., & Noss, R. (2003). What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education? In A. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. S. Leung (Eds.), *Second International Handbook Of Mathematics Education SE – 11* (Vol. 10, p. 323–349 LA–English).
- Jankvist, U. T., & Misfeldt, M. (2015). CAS induced difficulties in learning mathematics? *For the Learning of Mathematics*.
- Joubert, M. (2013). Using digital technologies in mathematics teaching: developing an understanding of the landscape using three grand challenge themes. *Educ Stud Math Educational Studies in Mathematics*, 82(3), 341–359. JOUR.
- Kaput, J. J., & Balacheff, N. (1996). Computer Based Learning Environments in Mathematics. In A. J. Bishop, M. A. (Ken) Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 469–501). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Kaput, J. J., & Thompson, P. W. (1994). Technology in Mathematics Education Research: The First 25 Years in the JRME. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 676–684 CR–Copyright © 1994 National Council. JOUR. <http://doi.org/10.2307/749579>
- Laborde, C., & Strasser, R. (2010). Place and use of new technology in the teaching of mathematics: ICMI activities in the past 25 years. *ZDM Internat. J. Math. Edu. ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 42(1), 121–133. JOUR.
- Lagrange, J. B., Artigue, M., Laborde, C., & Trouche, L. (2001). A meta study on IC technologies in education. Towards a multidimensional framework to tackle their integration. In *PME CONFERENCE* (Vol. 1, pp. 1–111). CONF.
- McEvoy, M. (2008). The Epistemological Status of Computer-Assisted Proofs; *Philosophia Mathematica*, 16(3), 374–387. JOUR.
- McEvoy, M. (2011). Experimental mathematics, computers and the a priori. *Synthese*, (April). <http://doi.org/10.1007/s11229-011-0035-1>
- Misfeldt, M. (2013). Mellem læringspotentiale og skuffelse – et bud på en it-didaktik for matematik. In M. W. Andersen & P. Weng (Eds.), *Håndbog om matematik i grundskolen*. Dansk Psykologisk Forlag.
- Niss, M. (1999). Aspects of the nature and state of research in mathematics education, *ICM*, 1–24.
- Resnick, M. (2012). Point of View: Reviving Papert's Dream. *Educational Technology – Saddle Brook Then Englewood Cliffs NJ-*, 52(4), 42–45. JOUR.
- Sørensen, H. K. (2010). Exploratory experimentation in experimental mathematics : A glimpse at the PSLQ algorithm. In B. Löwe & T. Müller (Eds.), *Philosophy of Mathematics: Sociological Aspects and Mathematical Practice* (pp. 341–360).
- Tabach, M. (2013). Developing a General Framework for Instrumental Orchestration. In *The Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. CERME 8.
- Tymoczko, T. (1979). Four-Color Problem and Its Philosophical Significance. *Journal of Philosophy, Inc.*, 76(2), 57–83.
- Willum Johansen, M., & Misfeldt, M. (2014). Når matematikere undersøger matematik:- og hvilken betydning det har for undersøgende matematikundervisning. *MONA*, 4, 42–59.